ELASTİK DALGA TEORİSİ

(2016 - 5. ders)

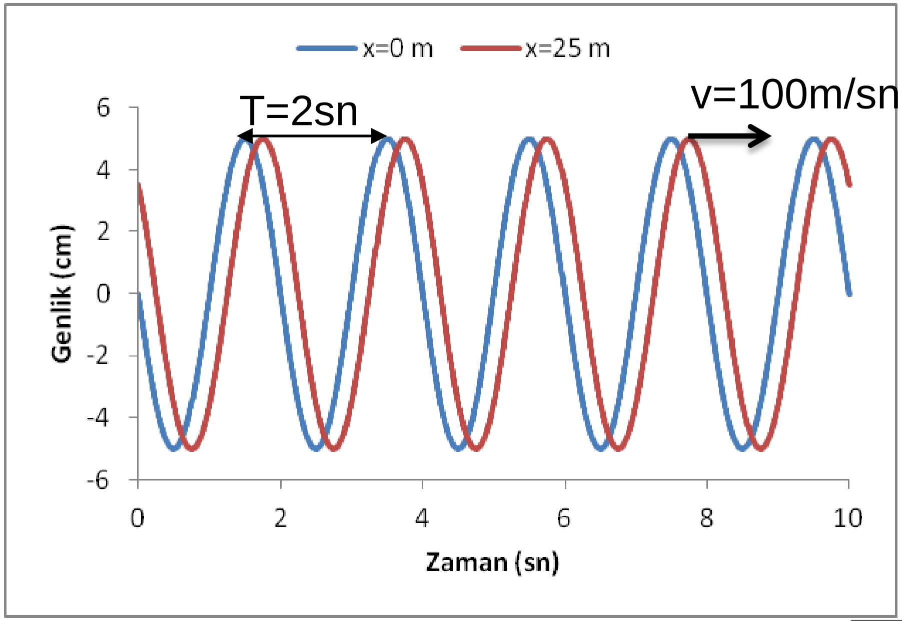
Prof.Dr. Eşref YALÇINKAYA

Geçtiğimiz hafta;

- Dalga hareketi ve türleri
- Yayılan dalga
- Yayılan dalga enerjisi ve sönümlenme

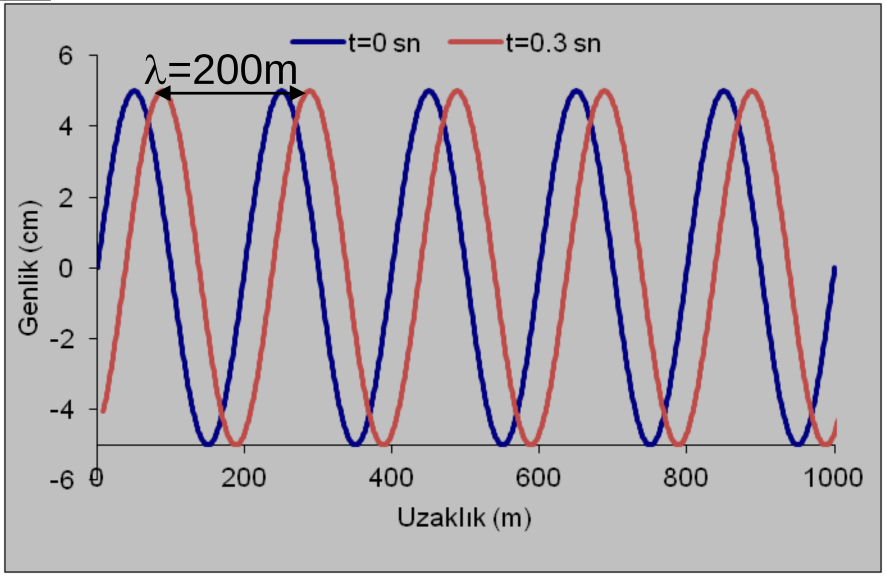
Bu derste;

- Süperpozisyon prensibi
- Fourier analizi
- Dalgaların girişimi



Geçtiğimiz haftanın ödevleri

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{200}{2} = 100m/sn$$

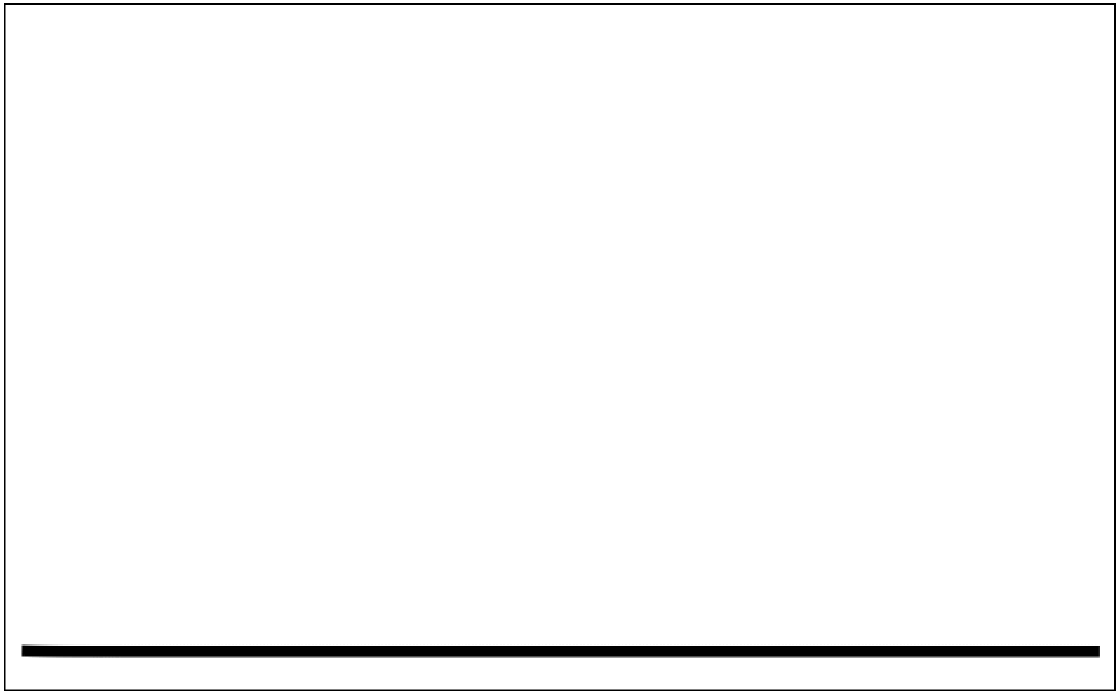


Süperpozisyon prensibi

Verilen bir zamanda dalga profili üzerindeki herhangi bir taneciğin yerdeğiştirmesi birbirinden bağımsız olarak yayılan dalgaların yerdeğiştirmelerinin toplamıdır.

Bu bir vektörel toplama işlemi olup "süperpozisyon" diye adlandırılır.

Süperpozisyon prensibinin fiziksel önemi, karmaşık bir dalgayı basit dalgaların birleşimi olarak inceleyebilme imkanı sağlamasıdır.



Aynı ortam içinde yayılan iki veya daha fazla dalganın neden olduğu net genlik, her bir dalganın ayrı ayrı neden olduğu genliklerinin toplamına eşittir. Örneğin, birbirine doğru seyahat eden iki dalga, birbirinin içinden geçerek herhangi bir bozulmaya uğramadan diğer tarafa devam eder.

Dalgaların Girişimi

Girişim; iki veya daha fazla dalga dizisinin toplanmasının (süperpozisyonunun) fiziksel etkilerini ifade eden teknik bir terimdir.

$$\left.\begin{aligned} y_1 &= y_m Sin(kx - \omega t - \phi) \\ y_2 &= y_m Sin(kx - \omega t) \end{aligned}\right\}$$

Pozitif *x* yönünde yayılan iki dalga

- **Frekansları aynı**
- **Genlikleri aynı**
- **Aralarında ϕ kadar faz farkı var**

İki dalganın toplamı;

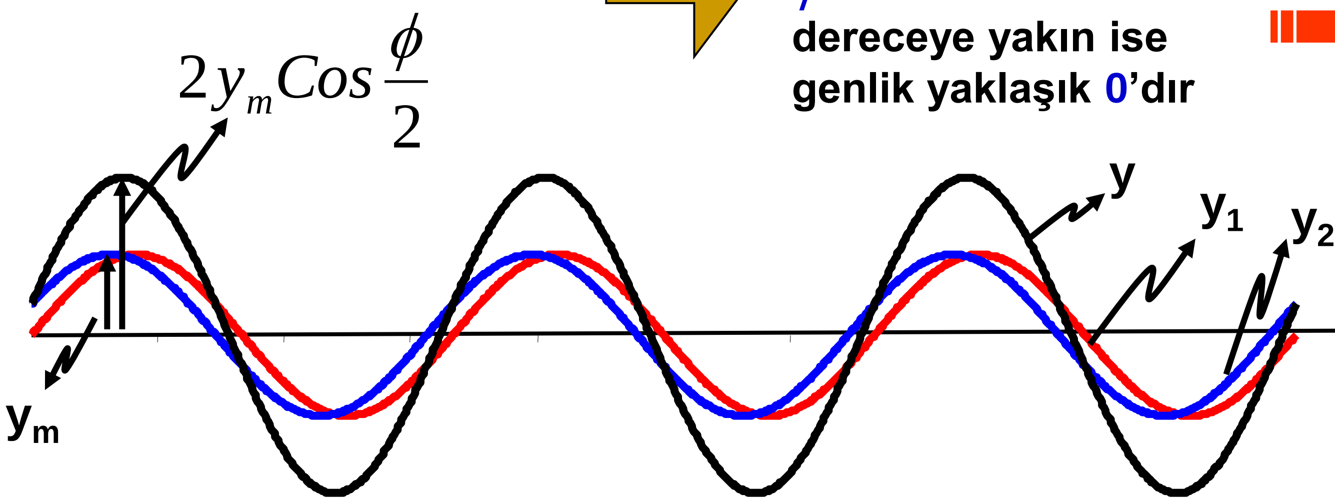
$$y = y_1 + y_2 = y_m[Sin(kx - \omega t - \phi) + Sin(kx - \omega t)]$$

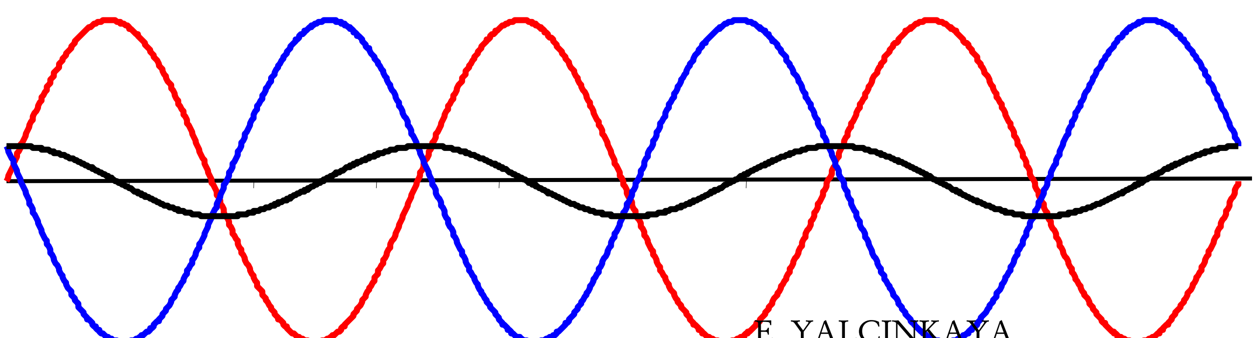
$$y = \underbrace{(2y_m Cos\frac{\phi}{2})}_{\text{dalga genliği}}\underbrace{Sin(kx - \omega t - \frac{\phi}{2})}_{\text{yayılan dalga}}$$

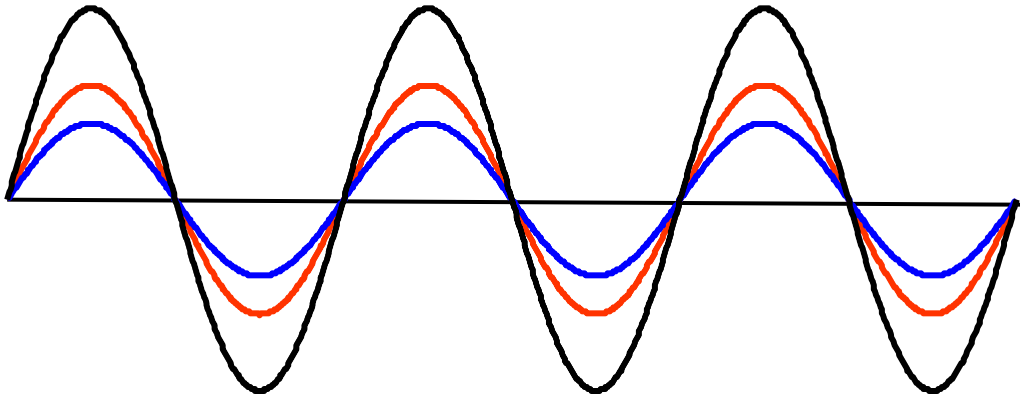
$$y = \underbrace{(2y_m Cos\frac{\phi}{2})}Sin(kx - \omega t - \frac{\phi}{2})$$

ϕ çok küçük veya sıfır ise genlik yaklaşık 2ym'dir ⇒ **Yapıcı girişim**

ϕ faz farkı 180 dereceye yakın ise genlik yaklaşık 0'dır ⇒ **Bozucu girişim**





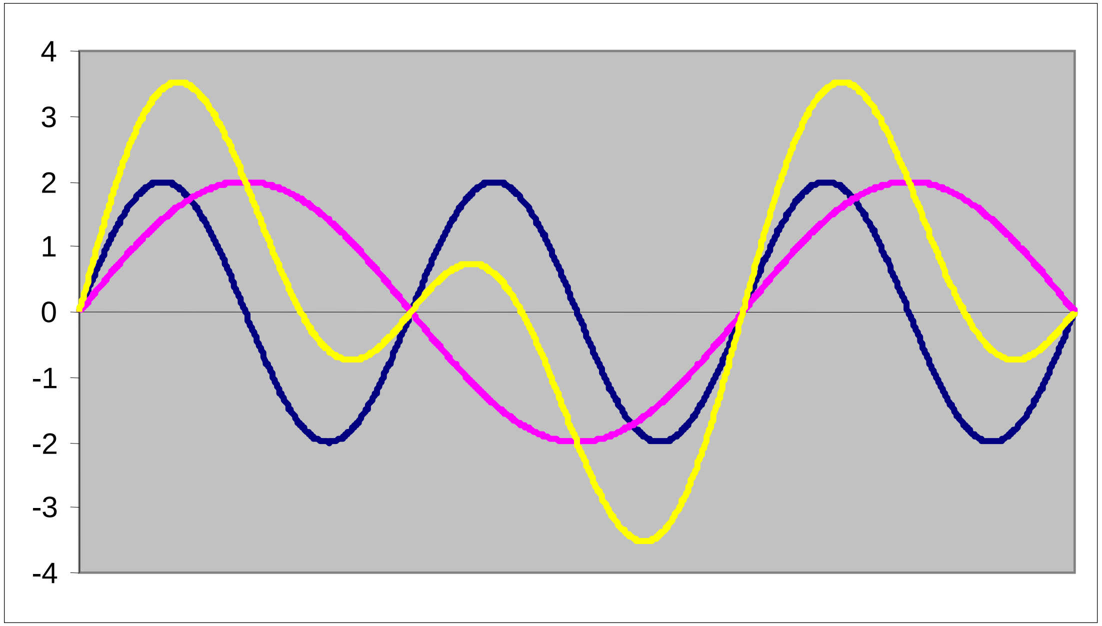


Frekansları ve fazları aynı, fakat genlikleri farklı olan iki dalganın girişimi

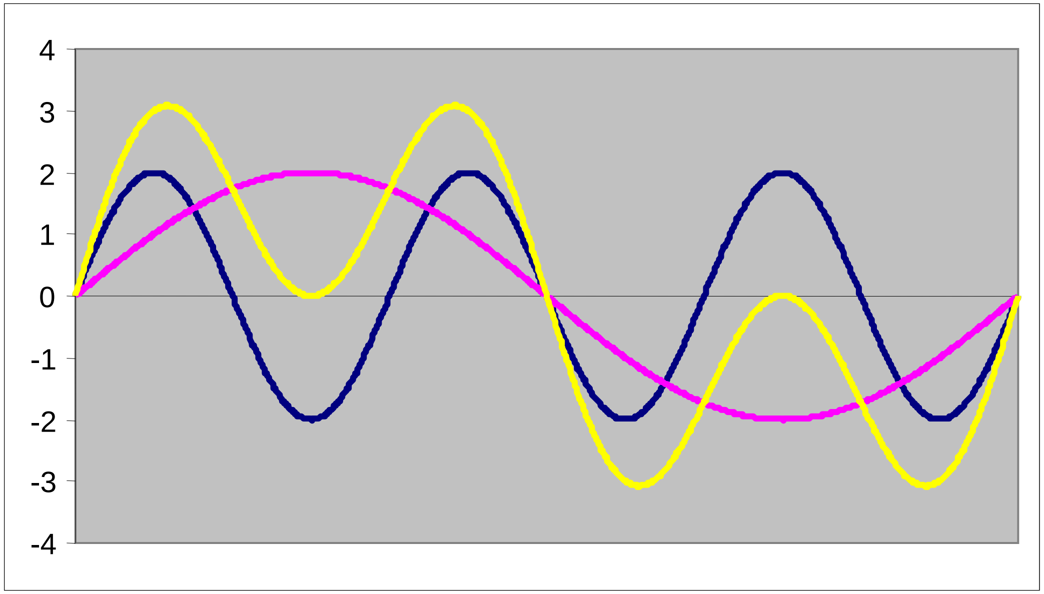
Frekansları aynı, fakat genlikleri ve fazları farklı olan basit harmonik dalgaların toplamları yine bir basit harmonik dalga oluşturur. Yeni dalganın genliği dalgalar arasındaki faz farkına bağlıdır. Faz farkı sıfır (veya sıfıra yakın) olduğu zaman yapıcı girişim, faz farkı 180 derece (veya 180 dereceye yakın) olduğu zaman bozucu girişim meydana gelir.

Karmaşık Dalgalar

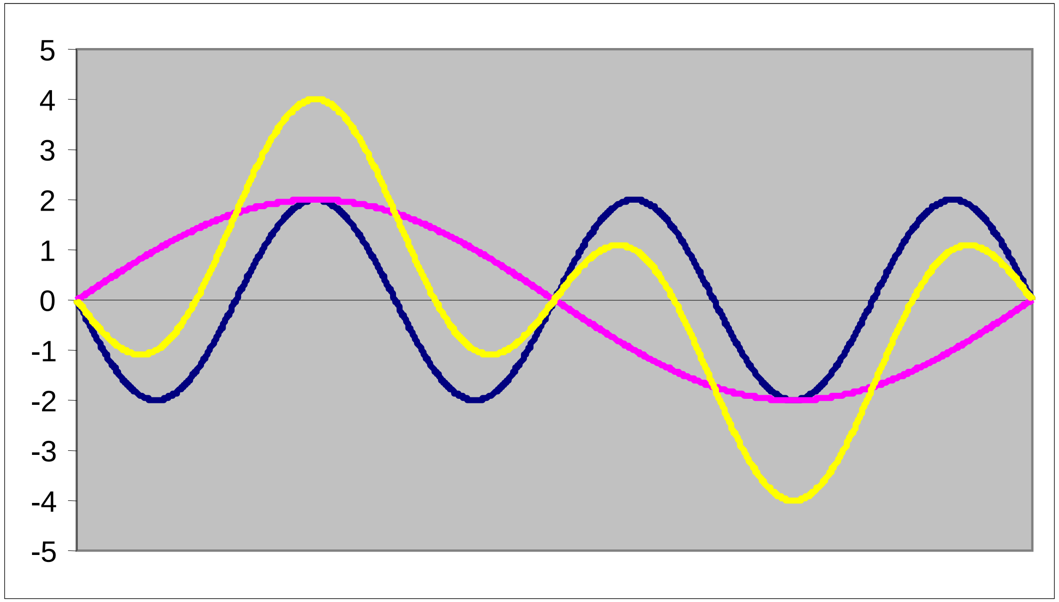
Farklı frekanslara sahip harmonik dalgalar toplanırsa, toplanan dalgalardan farklı karmaşık bir dalga elde edilir. Böyle bir dalganın şekli bir sinüs veya kosinüs eğrisi olmadığı gibi taneciklerin hareketi de basit harmonik hareket değildir.



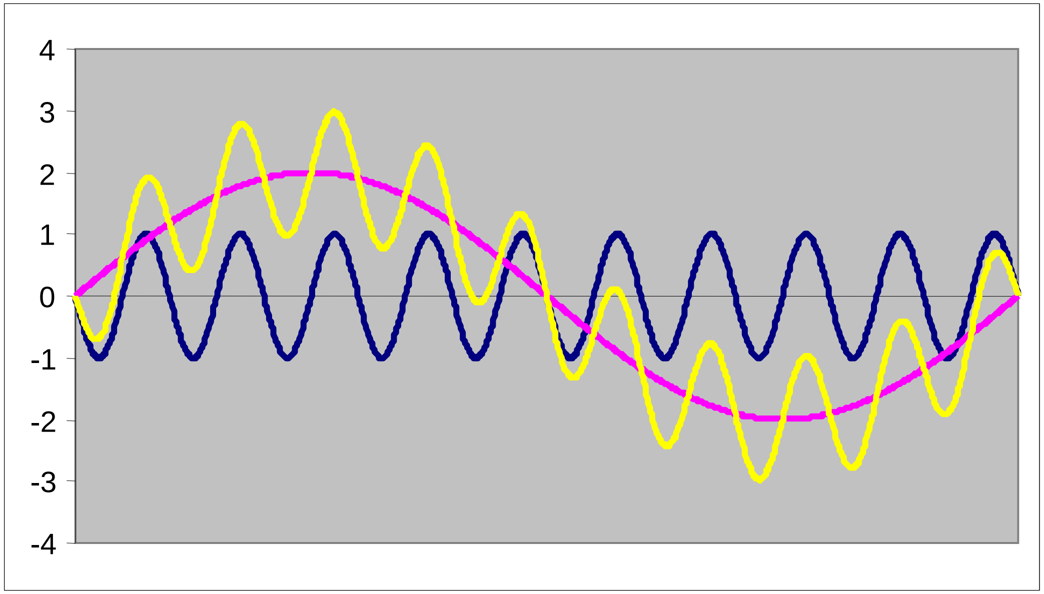
Fazları ve genlikleri aynı, fakat frekansları farklı olan iki dalganın girişimi



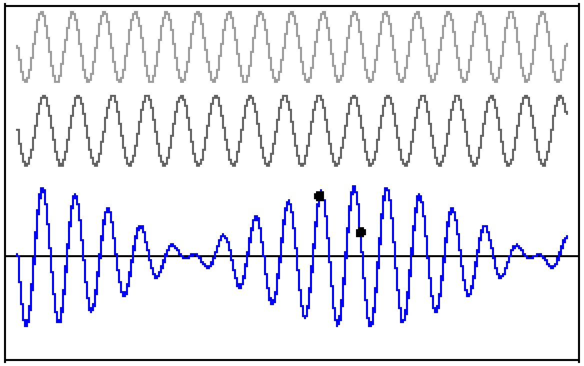
Genlikleri aynı, fakat frekansları biri diğerinin üç katı olan iki dalganın süperpozisyonu



Toplanan dalgaların fazlarının farklı olması durumunda toplam dalga



Yüksek frekanslı bir dalganın düşük frekanslı bir dalga üzerine bindirilmesi



Frekansları birbirine çok yakın iki dalganın grup oluşturması

Durağan dalgalar

$$y_1 = y_m Sin(kx - \omega t)$$
$$y_2 = y_m Sin(kx + \omega t)$$

Frekansları, hızları ve genlikleri aynı olan ve bir tel boyunca birbirine ters yönde ilerleyen iki dalga

İki dalganın toplamı;

$$y = y_1 + y_2 = y_m[Sin(kx - \omega t) + Sin(kx + \omega t)]$$

$$y = 2y_m Sinkx Cos\omega t$$

durağan dalga denklemi

$$y = \underbrace{2y_m Sinkx}_{\text{Dalga genliği}} Cos\omega t$$

$$kx = \pi, 2\pi, 3\pi, ...veya$$

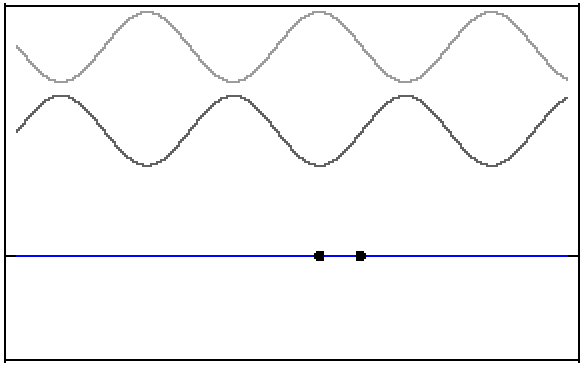
$$x = \frac{\lambda}{2}, \lambda, \frac{3\lambda}{2}, 2\lambda, ...v.b.$$

Değerleri için sıfır yani minimum (düğüm noktaları)

$$kx = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, ...veya$$

$$x = \frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}, \frac{5\lambda}{4}, ...v.b.$$

Değerleri için $2y_m$ yani maksimum (anti düğüm noktaları)

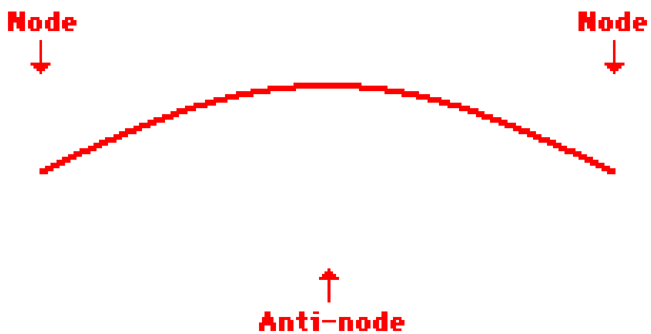


Enerji tel boyunca herhangi bir yönde taşınmaz, tel üzerinde durağan kalır.

Bu hareket her noktada genlikleri farklı olan *w* açısal frekanslı bir basit harmonik harekettir.

Durağan dalga modelleri

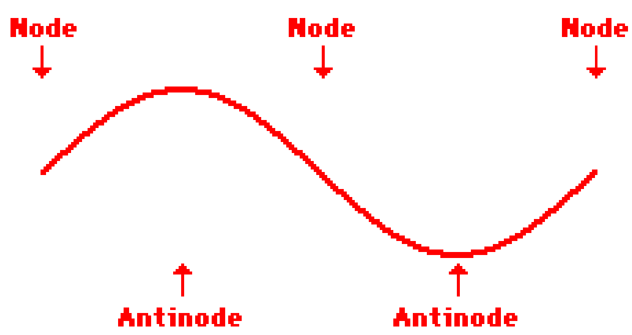
En basit durum iki ucu sabitlenmiş uzunluğu *L* olan telin titreşimini düşünelim ; Bu durumda tel her iki ucunda bir düğüm noktasına ve ortada bir anti-düğüm noktasına sahiptir:



$$L = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda_1 = 2L$$

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow f_1 = \frac{v}{2L}$$

Birinci mod (Temel mod)



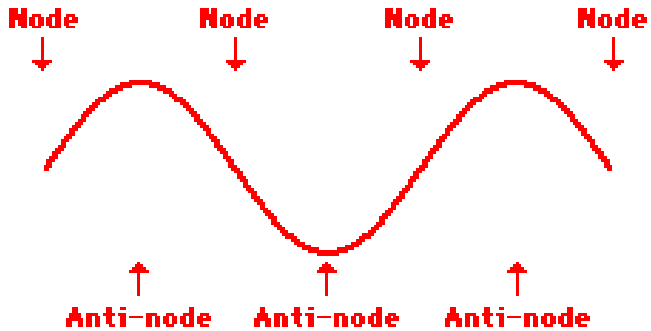
$$L = \lambda_2$$

$$f_2 = \frac{v}{L}$$

İkinci mod (İkinci harmonik)

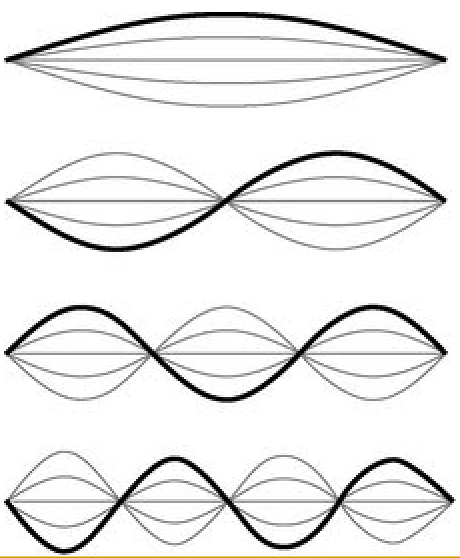
$$\lambda_n = \frac{2}{n} L \qquad f_n = \frac{nv}{2L}$$

n; **Mod (harmonik) numarası**
L; **Tel uzunluğu**



***n* = 3 Üçüncü mod**

$$\lambda_3 = \frac{2}{3} L \qquad f_3 = \frac{3v}{2L}$$

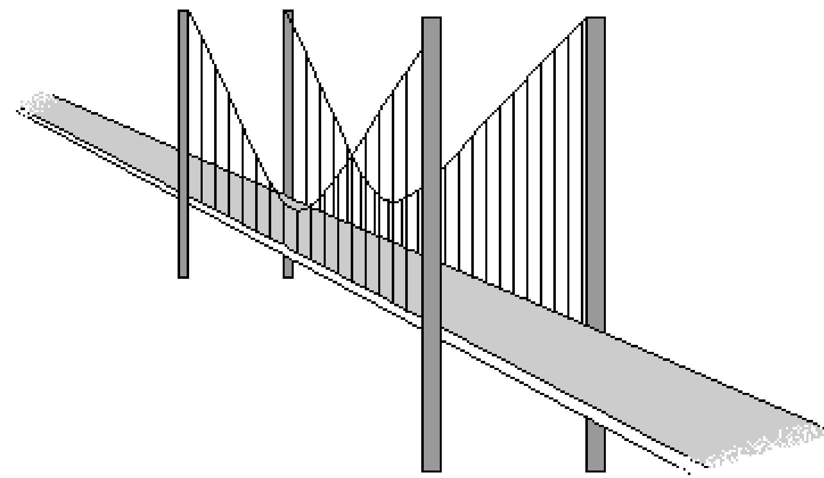


$$f_1$$

$$f_2 = 2 f_1$$

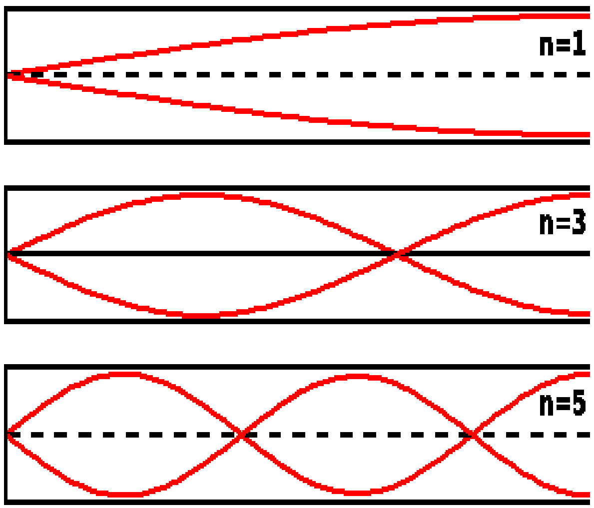
$$f_3 = 3 f_1$$

$$f_4 = 4 f_1$$



Durağan dalga modelleri

Bir ucu serbest tel üzerinde durağan dalga modları :



$$\lambda_1 = 4L \qquad f_1 = \frac{v}{\lambda_1} = \frac{v}{4L}$$

$$\lambda_2 = \frac{4L}{3} \qquad f_2 = \frac{3v}{4L} \qquad f_2 = 3f_1$$

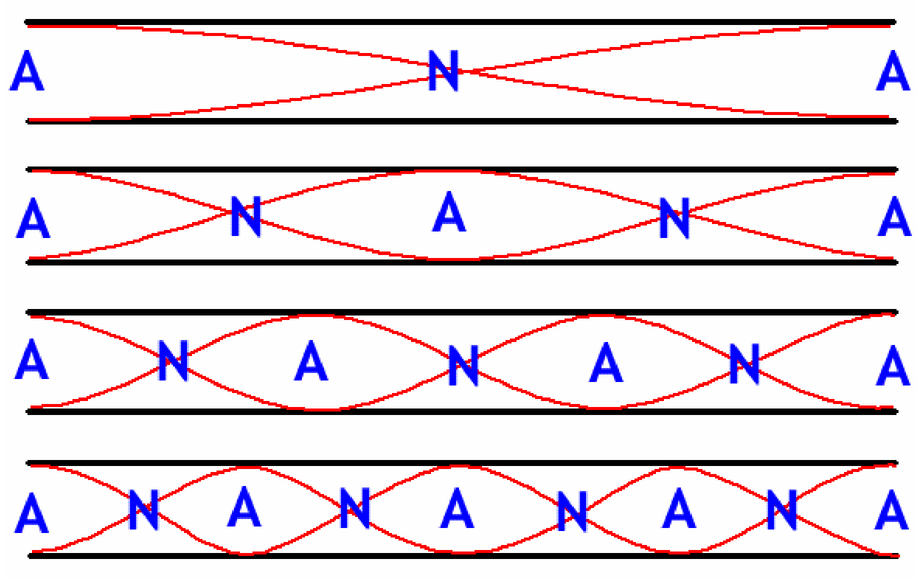
$$\lambda_3 = \frac{4L}{5} \qquad f_3 = \frac{5v}{4L} \qquad f_3 = 5f_1$$

$$f_4 = 7f_1$$

$$\lambda_n = \frac{4L}{2n-1} \qquad f_n = \frac{v}{4L}(2n-1)$$

Durağan dalga modelleri

Her iki ucu serbest tel üzerinde durağan dalga modları :



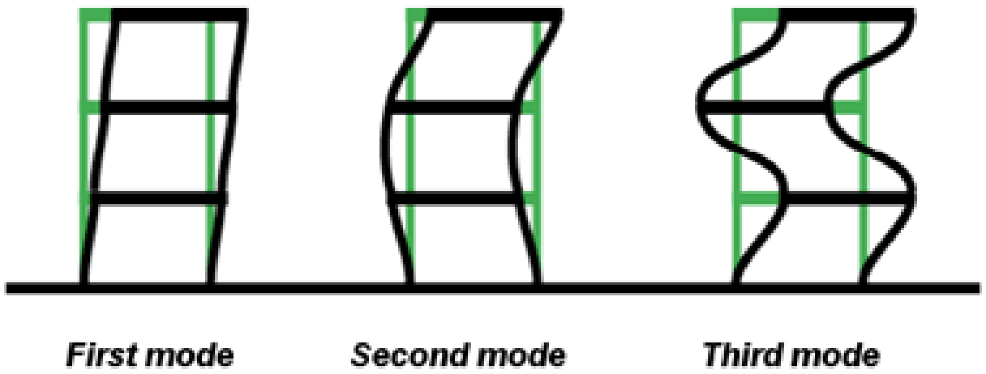
$$f_1$$

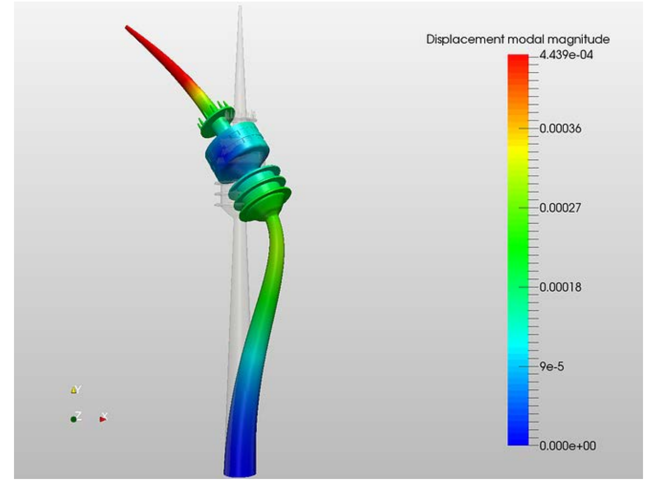
$$f_2 = 2f_1$$

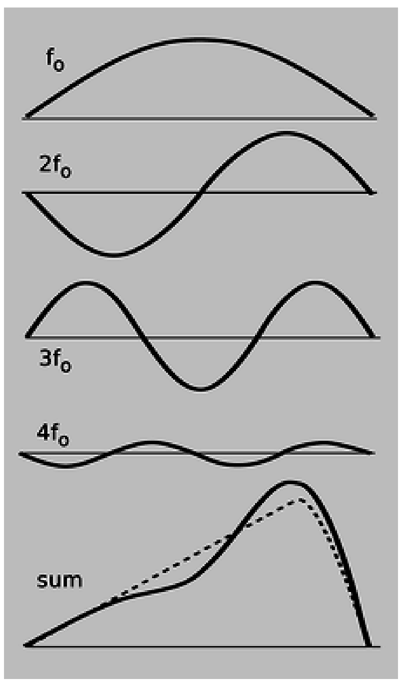
$$f_3 = 3f_1$$

$$f_4 = 4f_1$$

$$\lambda_n = \frac{2}{n}L \qquad f_n = \frac{nv}{2L}$$





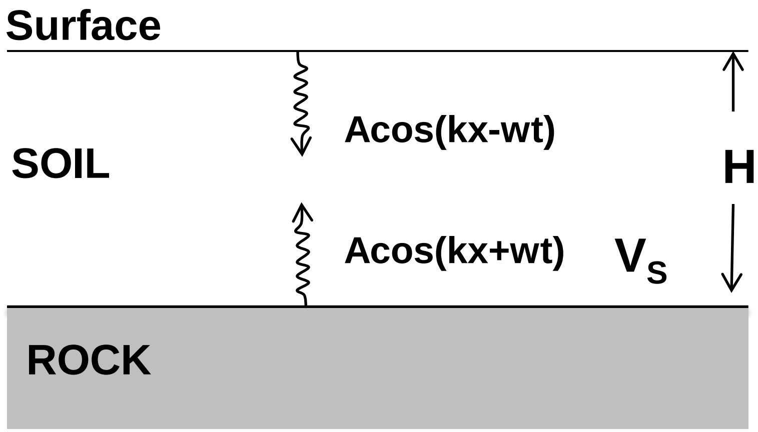


BİNA'nın temel titreşim modu;

$$f_1 = \frac{v_S}{4H}$$

!!!Dikkat!!!

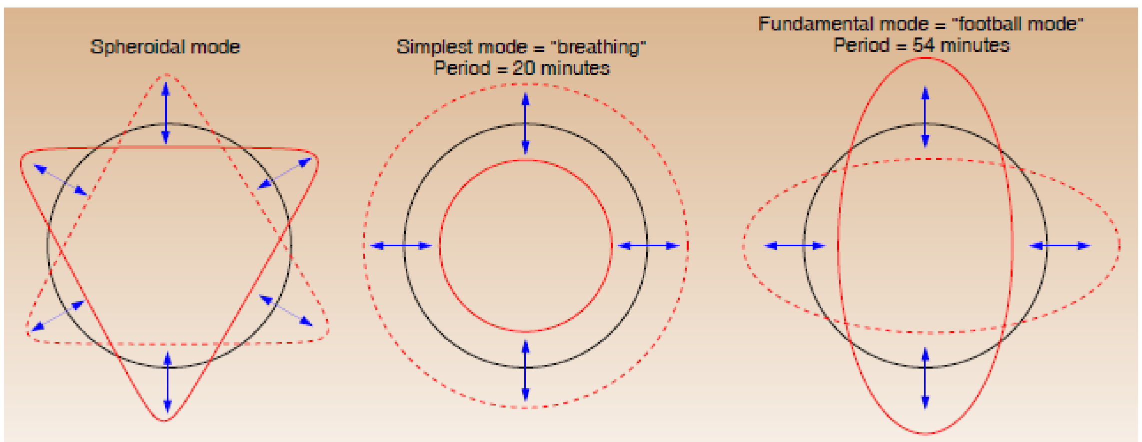
Yüksek modlara doğru titreşimin genliği azalır. Çünkü sönüm etkisi yüksek frekanslar için daha büyüktür.



SOIL'in (zemin tabakasının) temel titreşim modu;

$$f_1 = \frac{v_S}{4H}$$

YERKÜRE'nin temel titreşim modları;



https://www.youtube.com/watch?v=-gr7KmTOrx0

Fourier Serileri

Fransız matematikçi J. Fourier, periyodik dalga şeklinin tanımı yapmış ve harmoniklere sahip sinüsoidin, yani tüm frekansları temel frekansının (ilk harmonik) katları olarak bulunabilen, bir serisi olarak açıklamıştır. Örneğin, 1 Hz, 2 Hz, 3 Hz ve devamı şeklinde bir sinüsoid serisinin 1 Hz temel frekansı, 2 Hz ikinci harmoniği ve devamı şeklinde frekansları içerir. Genelde herhangi bir periyodik dalga şekli f(t);

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + a_1 Sinwt + a_2 Sin2wt + a_3 Sin3wt + ...$$

$$+ b_1 Coswt + b_2 Cos2wt + b_3 Cos3wt + ...$$

Fourier serisi

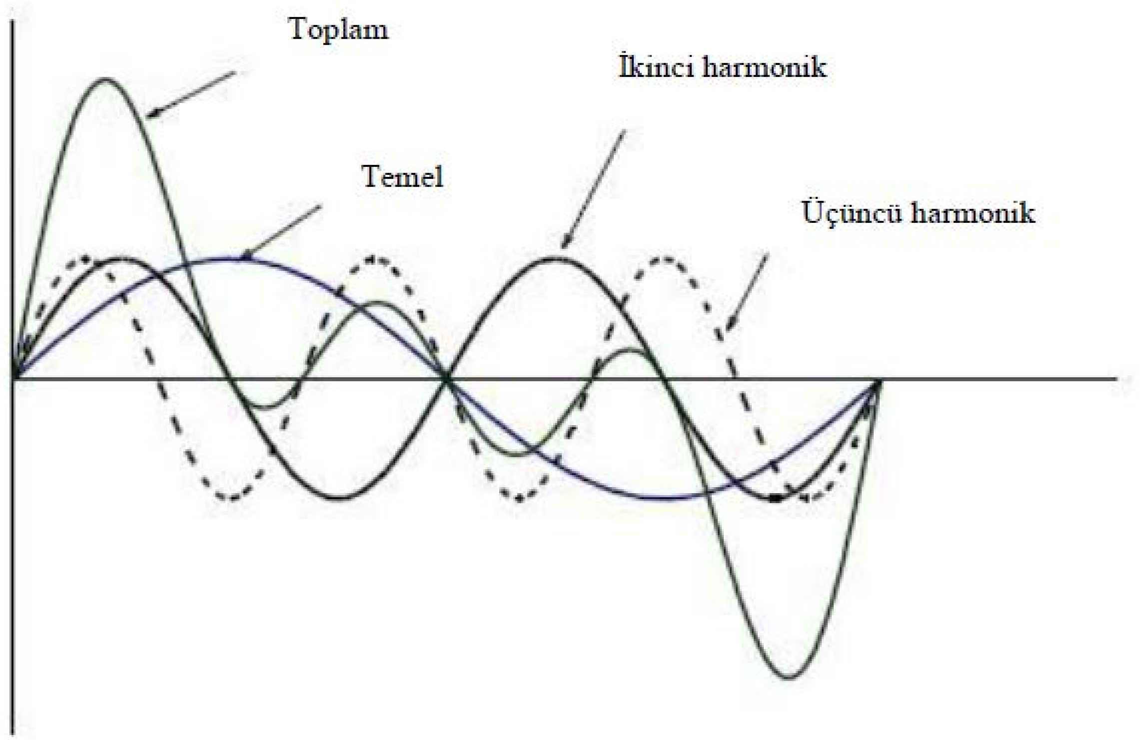
veya

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n Sinnwt + b_n Cosnwt)$$

şeklinde yazılabilir. Burada $a_0/2$ sabittir ve *f*(t)'nin ortalama değeridir.

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n Sinnwt + b_n Cosnwt)$$

a_1 ve b_1 katsayıları ω'nın temel frekans bileşenlerini gösterir. Benzer şekilde, a_2 ve b_2 katsayıları ω'nın ikinci harmonik bileşenlerini gösterir ve diğer katsayılarda öncekilere benzerdir. Genelde, farklı frekansta birden fazla sinüsoidin toplamı yaklaşık dalga şeklini verir .

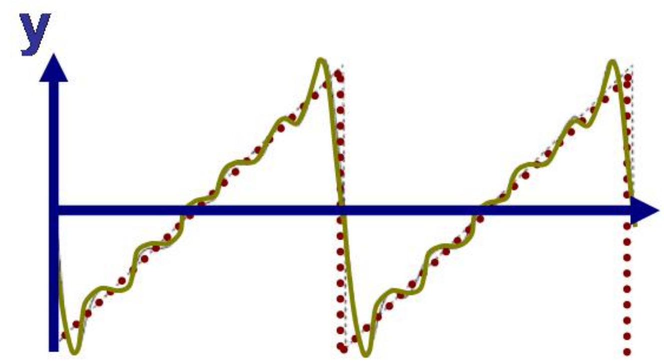


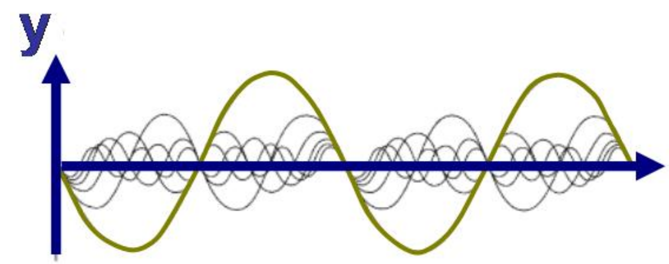
$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nt + b_n \sin nt)$$

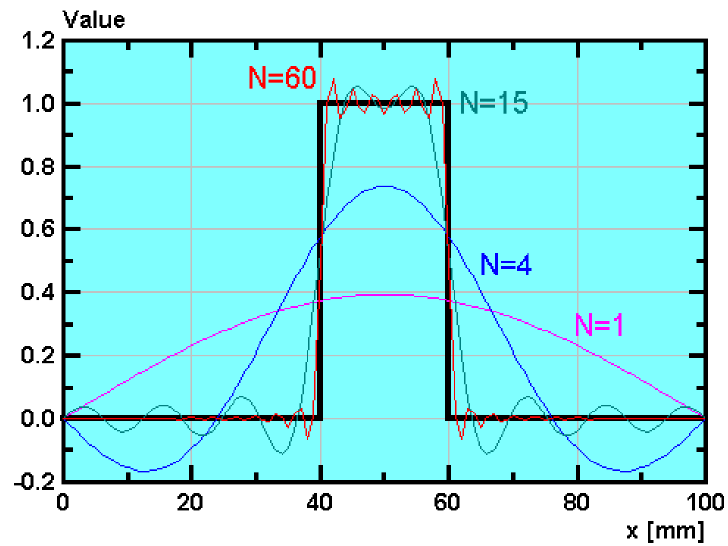
$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t)\,dt$$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) \cos(nt)\,dt$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) \sin(nt)\,dt$$







http://www.falstad.com/fourier/

http://www.colorado.edu/physics/2000/applets/fourier.html

The Doppler Effect

Sabit bir ses kaynağı, sabit bir frekansta ses dalgaları üretiyor ve dalga cepheleri kaynaktan itibaren simetrik olarak ortam içinde ses dalgası hızında yayılıyor. Dalga cepheleri arasındaki uzaklık dalga boyu olup her yönde eşittir. Her yöndeki dinleyici aynı frekansı işitir.

Source moving with Vsource < Vsound

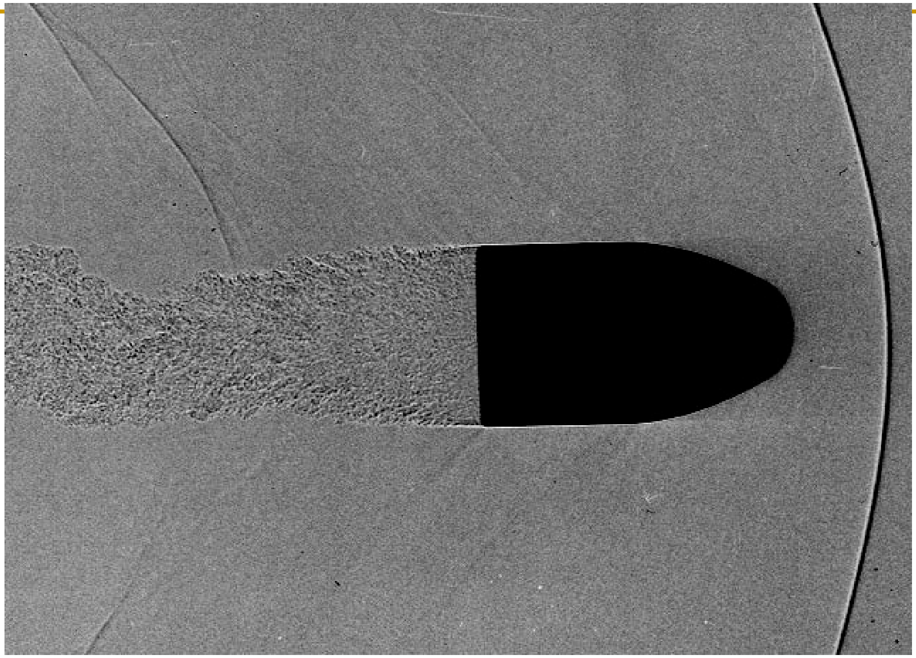
Kaynak ses hızından daha düşük bir hızda (Vk=0.7Vs) sağa doğru hareket ederken aynı özellikte ses dalgaları yaymaya devam ediyor. Kaynağın hareketi nedeniyle sağdaki dalga cepheleri sıklaşırken soldaki dalga cepheleri açılıyor. Sağdaki bir dinleyici daha yüksek frekansları işitirken, soldaki dinleyici daha düşük frekansları duyuyor.

Source moving with Vsource = Vsound

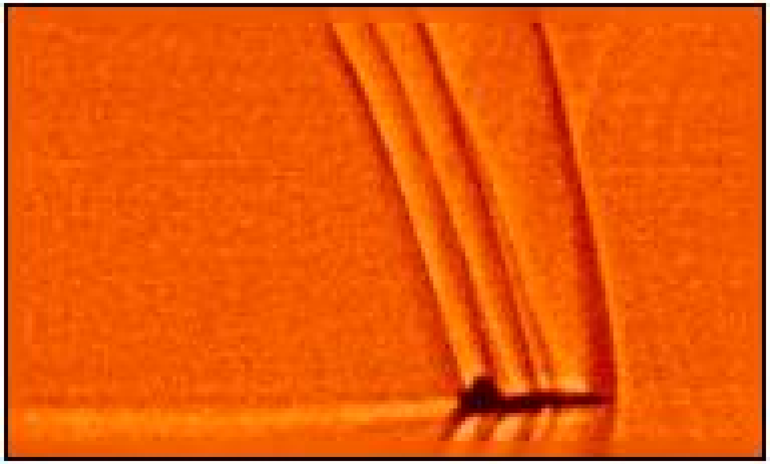
Şimdi kaynak ortam içinde ses dalgası (Vs=340 m/sn) ile aynı hızda hareket ediyor. Sonuç olarak sağdaki bir dinleyici kaynak kendisine erişinceye kadar hiç bir şey duymuyor. Kaynak eriştiğinde ise, dalga cephelerinin birbiri üzerine eklenmesi nedeniyle şiddetli bir şok dalgasıyla karşılaşıyor.

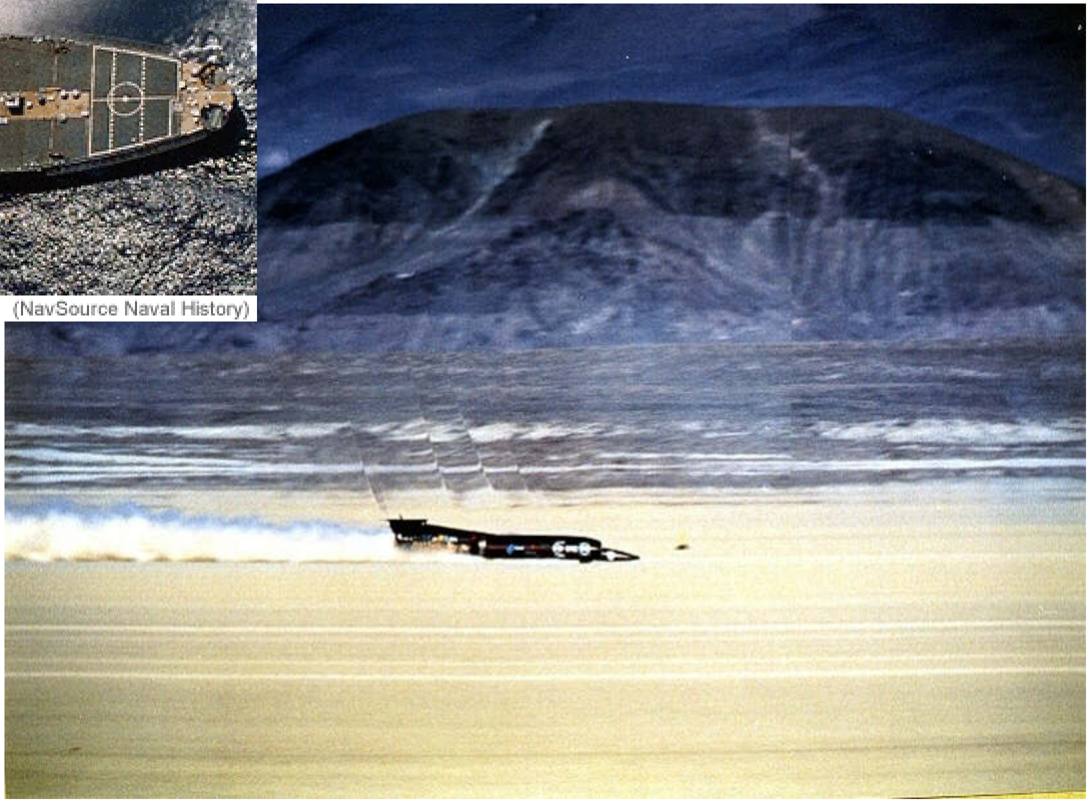
Source moving with Vsource > Vsound

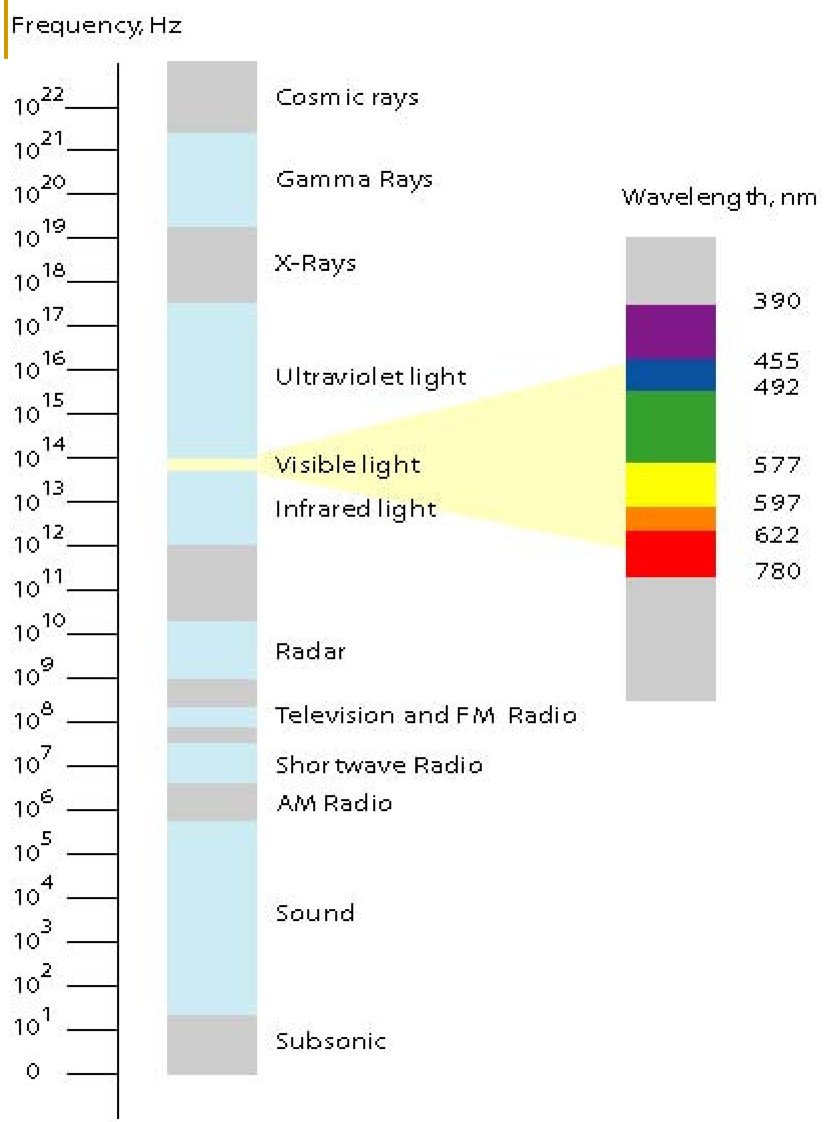
Ses kaynağı, ses duvarını delip ondan daha yüksek bir hızda hareket ediyor ve ilerleyen dalga cephelerine neden oluyor. Sağdaki bir gözlemci kaynak yanından geçtikten sonra sesini duyuyor. Oluşan dalga cepheleri konisinin kenarları ses bombası olarak adlandırılan şok dalgalarını oluşturur.



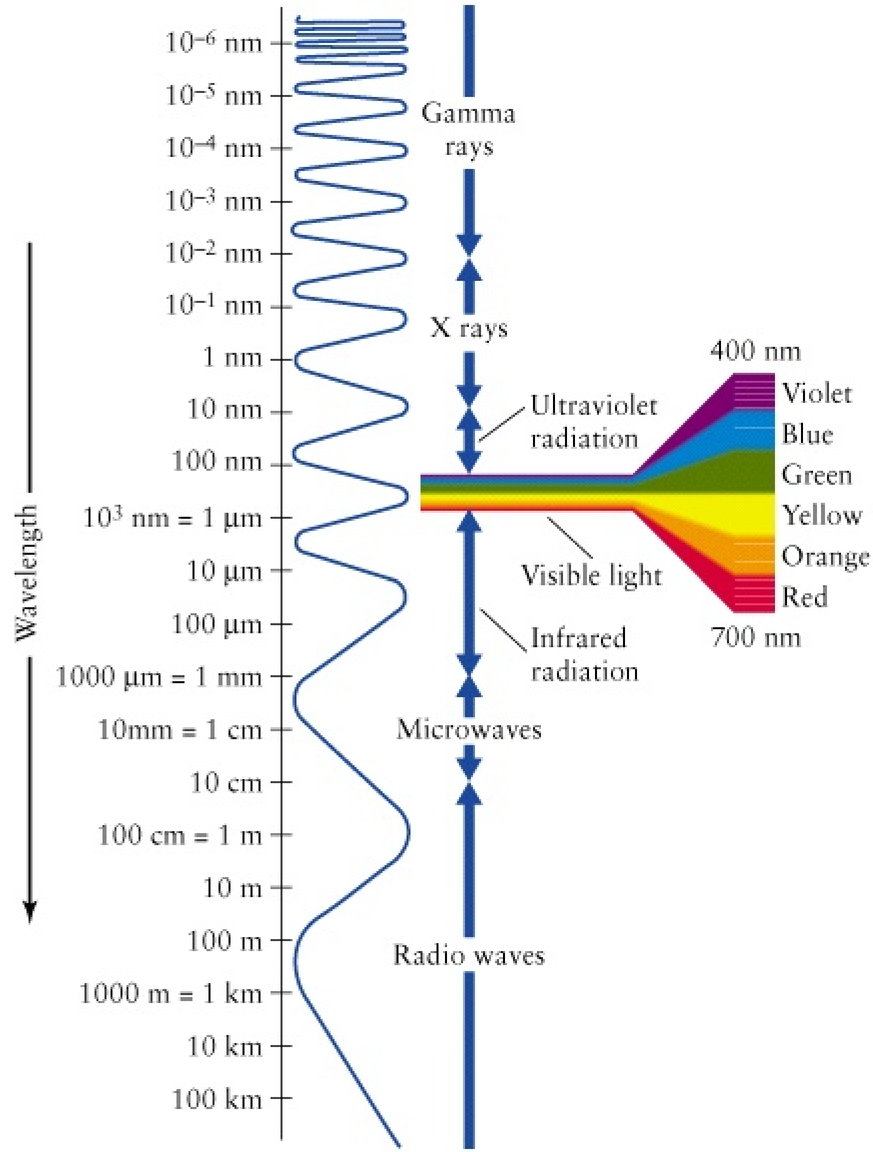
(NavSource Naval History)







Frequency, Hz
10^22
10^21
10^20
10^19
10^18
10^17
10^16
10^15
10^14
10^13
10^12
10^11
10^10
10^9
10^8
10^7
10^6
10^5
10^4
10^3
10^2
10^1
0
Cosmic rays
Gamma Rays
X-Rays
Ultraviolet light
Visible light
Infrared light
Radar
Television and FM Radio
Shortwave Radio
AM Radio
Sound
Subsonic
Wavelength, nm
390
455
492
577
597
622
780



Wavelength
10−6 nm
10−5 nm
10−4 nm
10−3 nm
10−2 nm
10−1 nm
1 nm
10 nm
100 nm
10³ nm = 1 µm
10 µm
100 µm
1000 µm = 1 mm
10mm = 1 cm
10 cm
100 cm = 1 m
10 m
100 m
1000 m = 1 km
10 km
100 km
Gamma rays
X rays
Ultraviolet radiation
Visible light
Infrared radiation
Microwaves
Radio waves
400 nm
Violet
Blue
Green
Yellow
Orange
Red
700 nm